

Chap.03

CALCUL LITTÉRAL - IDENTITES REMARQUABLES

1- Rappels

1^{er} exemple : Réduire les expressions suivantes

$$A = 2x - (x + 5) \quad \text{et} \quad B = 3 + (7 - x) - (-3 + 2x)$$

Solution :

$$A = 2x - (+x + 5)$$

$$A = 2x - x - 5$$

$$A = 3x - 5$$

$$B = 3 + (+7 - x) - (-3 + 2x)$$

$$B = 3 + 7 - x + 3 - 2x$$

$$B = -3x + 13$$

2^e exemple : Développer et réduire les expressions suivantes

$$C = 2(3x + 7) \quad \text{et} \quad D = -2x(4 - x)$$

On applique la règle suivante :

Règle: $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ $(a + b) \times k = a \times k + b \times k$
 où k, a et b sont trois nombres relatifs.

Solution :

$$C = 2(3x + 7)$$

$$C = 2 \times 3x + 2 \times 7$$

$$C = 6x + 14$$

$$D = -2x(4 - x)$$

$$D = -2x \times 4 - 2x \times (-x)$$

$$D = -8x + 2x^2$$

Remarque : Réduire $E = 2 + (3x + 7)$ » ne pas confondre avec « Développer $E = 2(3x + 7)$ »

3^e exemple : Développer et réduire les expressions suivantes

$$F = (2x + 3)(7 + 4x) \quad \text{et} \quad G = (-2x - 4)(1 - 4x)$$

On applique la règle suivante :

Règle : $(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$
 Où a, b, c et d sont quatre nombres relatifs

Solution :

$$F = (2x + 3)(7 + 4x)$$

$$F = 2x \times 7 + 2x \times 4x + 3 \times 7 + 3 \times 4x$$

$$F = 14x + 8x^2 + 21 + 12x$$

$$F = 8x^2 + 26x + 21$$

$$G = (-2x - 4)(1 - 4x)$$

$$G = -2x \times 1 - 2x \times (-4x) - 4 \times 1 - 4 \times (-4x)$$

$$G = -2x + 8x^2 - 4 + 16x$$

$$G = 8x^2 + 14x - 4$$

EXERCICE TYPE :

Développer et réduire l'expression $H = 2x(9 - 8x) - (4x - 1)(5x + 3)$

Solution :

$$H = 2x(9 - 8x) - (4x - 1)(5x + 3)$$

$$H = 2x \times 9 - 2x \times 8x - (4x \times 5x + 4x \times 3 - 1 \times 5x - 1 \times 3)$$

$$H = 18x - 16x^2 - (+20x^2 + 12x - 5x - 3)$$

$$H = 18x - 16x^2 - 20x^2 - 12x + 5x + 3$$

$$H = -36x^2 + 11x + 3$$

2 – Identités remarquables

Pour tous les nombres a et b

Règles : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (Carré d'une somme)
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (Carré d'une différence)
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ (Différence de deux carrés)

Remarque : « 2ab » (= 2 × a × b) est appelé le double produit de « ab ».

EXERCICE TYPE :

Développer et réduire les expressions $M = (3 + 8x)^2$; $N = (5x - 1)^2$ et $P = (3x + 2)(3x - 2)$

Solution :

$$M = (3 + 8x)^2$$

$$M = 3^2 + 2 \times 3 \times 8x + (8x)^2$$

$$M = 9 + 48x + 64x^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ avec } a = 3 \text{ et } b = 8x$$

$$N = (5x - 1)^2$$

$$N = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 1 + 1^2$$

$$N = 25x^2 - 10x + 1$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ avec } a = 5x \text{ et } b = 1$$

$$P = (3x + 2)(3x - 2)$$

$$P = (3x)^2 - 2^2$$

$$P = 9x^2 - 4$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \text{ avec } a = 3x \text{ et } b = 2$$

3– Factorisation

a- Avec un facteur commun

On considère k, a et b trois nombres relatifs.

Règle : $k \times a + k \times b = k \times (a + b)$
 $a \times k + b \times k = (a + b) \times k$

EXERCICE TYPE :

Factoriser les expressions $F = (x + 4)(x + 3) + (x + 4)(2x + 1)$ et $G = 15x^2 + 10x$

Solution :

$$F = (x + 4)(x + 3) + (x + 4)(2x + 1)$$

(x + 4) est un facteur commun à

$$(x + 4)(x + 3) \text{ et } (x + 4)(2x + 1)$$

$$F = (x + 4)[(x + 3) + (2x + 1)]$$

$$F = (x + 4)[x + 3 + 2x + 1]$$

$$F = (x + 4)(3x + 4)$$

$$G = 15x^2 + 10x \quad (\text{niveau } 5^{\text{ème}})$$

$$G = 5x \times 3x + 5x \times 2$$

5x est un facteur commun à $15x^2$ et $10x$.

$$G = 5x(3x + 2)$$

b- Avec une identité remarquable

Expression de la forme :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Exemple : $16x^2 + 40x + 25 = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 5 + 5^2$
 $= (4x + 5)^2$

Expression de la forme :

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Exemple : $16x^2 - 40x + 25 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 5 + 5^2$
 $= (4x - 5)^2$

Différence de deux carrés :

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Exemple : $16x^2 - 25 = (4x)^2 - 5^2$
 $= (4x + 5)(4x - 5)$