Activités numériques

Exercice 1.

1. $6 - 4(x - 2) = \boxed{14 - 4x}$
2. $4x^2 - 12x + 9 = \boxed{(2x - 3)^2}$
3. Pour $x = -2$, $5x^2 + 2x - 3 = \boxed{13}$
4. $\dfrac{3}{2} - \dfrac{7}{2} \times 3 = \boxed{-9}$
5. $\dfrac{4 \times 10^{-3}}{5 \times 10^2} = \boxed{8 \times 10^{-6}}$

Exercice 2.

1. a. $1,2 + 6 = 7,2$ $\quad 7,2 \times 4 = \boxed{28,8}$

b. $x + 6$ $\quad (x + 6) \times 4 = \boxed{4x + 24}$

2. $4x + 24 = 15$

$4x + 24 - 24 = 15 - 24$

$4x = -9$

$\dfrac{4x}{4} = \dfrac{-9}{4}$

$\boxed{x = -2,25}$

Exercice 3.

1. En utilisant l'Algorithme d'Euclide, les divisions successives donnent :
$186 = 155 \times 1 + 31$ et $155 = 31 \times 5 + 0$
Le dernier reste non nul est 31 donc $\boxed{\text{le pgcd de 186 et 155 est 31}}$.

2. a. Si on note x le nombre de pralines dans chaque colis et y le nombre de chocolats dans chaque colis et n le nombre de colis, on doit avoir : $186 = n \times x$ et $155 = n \times y$ car tous les chocolats et les pralines doivent être utilisés. Donc n doit diviser 186 et 155 en même temps. C'est donc un diviseur commun à 186 et 155. De plus on veut que n soit le plus grand possible (nombre maximal de colis). Dons n est bien le PGCD de 186 et 155.
Donc $\boxed{\text{le nombre de colis est 31.}}$

2. b. $186 \div 31 = 6$ et $155 \div 31 = 5$ donc $\boxed{\text{dans chaque colis, il y aura 6 pralines et 5 chocolats.}}$

Activités géométriques

Exercice 1.

1. Si AMP est rectangle, [AP] doit être l'hypoténuse car c'est le plus grand côté.
$AP^2 = 5^2 = 25$
$AM^2 + MP^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$
On a : $AP^2 = AM^2 + MP^2$
donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, $\boxed{\text{le triangle AMP est rectangle en M.}}$

2. a. On sait que (TF) et (MP) sont perpendiculaires à (FM).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors ces deux droites sont parallèles entre elles.
Donc $\boxed{\text{les droites (TF) et (MP) sont parallèles}}$.

2. b. On sait que : Les points F, A, M sont alignés et les point T, A, P sont alignés. De plus (TF) et (MP) sont parallèles.
Or d'après le théorème de Thalès, les triangles AFT et AMP ont des côtés proportionnels.
Donc : $\dfrac{AF}{AM} = \dfrac{AT}{AP} = \dfrac{FT}{MP}$ d'où $\dfrac{5}{4} = \dfrac{AT}{5} = \dfrac{FT}{3}$ en gardant les deux premiers quotients on obtient :
$AT = \dfrac{5 \times 5}{4}$ et donc $\boxed{AT = 6,25 \text{ cm}}$.

Exercice 2.

1. Le triangle BCD est rectangle en D, donc on peut utiliser la trigonométrie :

$\cos \widehat{DBC} = \dfrac{BD}{BC}$ $\quad \dfrac{\cos 60°}{1} = \dfrac{4}{BC}$ $\quad BC = \dfrac{1 \times 4}{\cos 60°}$ $\quad \boxed{BC = 8\text{ cm}}$.

2. Le triangle BCD est rectangle en D, donc on peut utiliser la trigonométrie :

$\tan \widehat{DBC} = \dfrac{CD}{BD}$ $\quad \dfrac{\tan 60°}{1} = \dfrac{CD}{4}$ $\quad CD = \dfrac{4 \times \tan 60°}{1}$ $\quad \boxed{CD \approx 6{,}9\text{ cm}}$.

3. Le triangle ABC étant rectangle en B, on peut utiliser le théorème de Pythagore :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ $\quad$ et donc $AC^2 = 8^2 + 6^2$ $\quad AC^2 = 64 + 36$ $\quad AC^2 = 100$ $\quad AC = \sqrt{100}$ $\quad \boxed{AC = 10\text{ cm}}$.

4. et 5. Le triangle ABC étant rectangle en B, on peut utiliser la trigonométrie :

$\tan \widehat{BAC} = \dfrac{BA}{BC}$ $\quad \tan \widehat{BAC} = \dfrac{8}{6}$ et donc $\boxed{\widehat{BAC} \approx 53°}$.

Problème

Partie 1.

1. et 2.

Réduction en €	Prix de la place en €	Nombre de spectateurs	Recette du spectacle
0	20	500	20 × 500 = 10000
1	19	**550**	**19 × 550 = 10450**
2	**18**	**600**	**18 × 600 = 10800**
4	**16**	**700**	**16 × 700 = 11200**
x	**20 – x**	**500 + 50x**	**(20 – x) × (500 + 50x)**

3. $(20 - x) \times (500 + 50x) = 20 \times 500 + 20 \times 50x - x \times 500 - x \times 50x = 10000 + 1000x - 500x - 50x^2$

$= \boxed{10000 + 500x - 50x^2}$.

Partie 2.

1. La recette pour une réduction de 2 € est à peu près de 10 800 €.

2. Le montant de la réduction pour une recette de 4 050 € est à peu près de 17 €.

20 – 17 = 3 donc le prix approximatif de la place est de 3 €.

3. L'image de 8 est à peu près 10 800.

Cela signifie que pour une réduction de 8 €, la recette sera à peu près de 10 800 €.

4. La recette maximale est à peu près de 11 250 € pour 5 € de réduction.

Le prix de la place sera alors de 15 €. (20 – 5)

Partie 3.

Calcul de l'aire des deux trapèzes :

Petite base d'un trapèze : 16 – 2 = 14 $\quad$ 14 ÷ 2 = $\boxed{7\text{ m}}$.

Aire d'un trapèze : $\dfrac{(7 + 13) \times 10}{2} = \dfrac{20 \times 10}{2} = \dfrac{200}{2} = \boxed{100\text{ m}^2}$.

Aire des deux trapèzes : 100 × 2 = $\boxed{200\text{ m}^2}$.

Calcul de l'aire des deux quarts de disques :

Aire du demi-disque : $\dfrac{\pi \times 13^2}{2} \approx \boxed{265\text{ m}^2}$.

Calcul de l'aire totale :

$200 + 265 = \boxed{465\text{ m}^2}$.

Calcul du nombre de places :

465 × 1,8 ≈ 837 $\quad$ donc $\boxed{\text{cette salle peut contenir 837 spectateurs.}}$