BREVET CENTRES ETRANGERS juin 2012

ACTIVITES NUMERIQUES (12 POINTS)

Exercice 1

1- Calculer $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$.

$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$

2- Au goûter, Lise mange $\frac{1}{4}$ du paquet de gâteaux qu'elle vient d'ouvrir. De retour du collège, sa sœur Agathe mange les $\frac{2}{3}$ des gâteaux restants dans le paquet entamé par Lise. Il reste alors 5 gâteaux.

Quel était le nombre initial de gâteaux dans le paquet ?

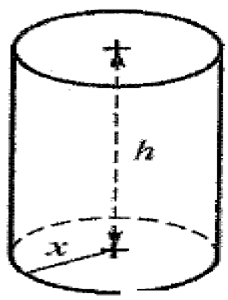
Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche.
Elle sera prise en compte dans la notation.

Au goûter, Lise mange $\frac{1}{4}$ du paquet de gâteaux qu'elle vient d'ouvrir. Il en reste donc $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. De retour du collège, sa sœur Agathe mange les $\frac{2}{3}$ des gâteaux restants dans le paquet entamé par Lise, elle en mange donc $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$.

Il reste alors 5 gâteaux qui représentent $1 - (\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4})$ du paquet soit $1 - \frac{3}{4}$ soit $\frac{1}{4}$ du paquet. Donc il y avait à l'origine 4x5 = 20 gâteaux dans le paquet.

Exercice 2

Une usine doit fabriquer des boites cylindriques de contenance 250 cm^3 dont une représentation est donnée ci-contre.



1- On suppose que x = 3 cm.

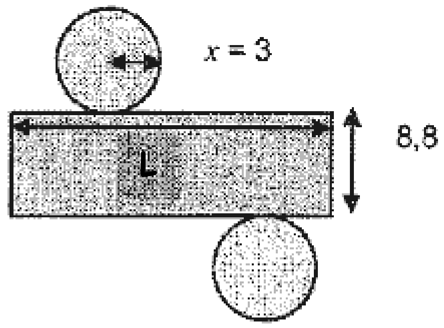
a- Montrer que h ≈ 8,8 cm.

Rappel : volume d'un cylindre : $\pi \times r^2 \times h$
(r rayon de la base, h hauteur du cylindre).

On a $V = \pi \times (3cm)^2 \times h = 250\ cm^3$

D'où $h = \frac{250\ cm^3}{\pi \times 9\ cm^2} = \frac{250}{9\pi}$ cm soit environ 8,8 cm à 0,1 cm près.

b- Voici le patron de cette boîte
(Le dessin n'est pas à l'échelle).



Calculer une valeur approchée de L au mm près.

Pour que le patron ci contre soit le patron d'un cylindre, il faut que la longueur L corresponde exactement au périmètre des bases, de façon à ce que la jointure soit parfaite.

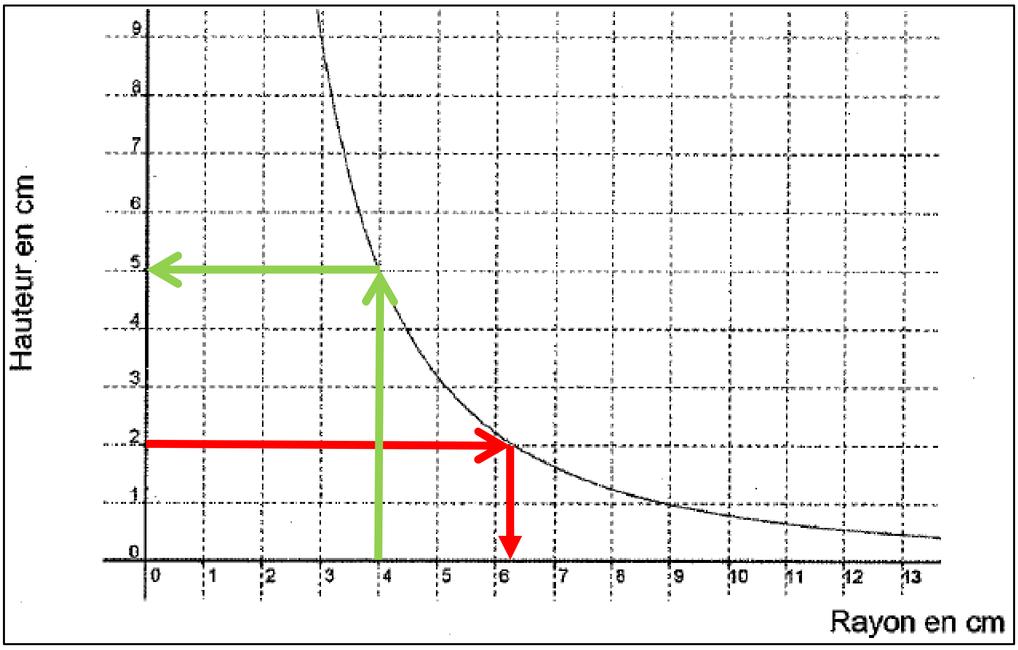
On doit donc avoir $L = 2\pi \times 3\text{ cm} = 6\pi$ cm soit environ 18,8cm à 0,1cm près.

2- On a représenté ci-dessous la hauteur de la boite en fonction du rayon.

a- La fonction représentée est-elle affine ?
Justifier.
Non, elle n'est pas affine car si c'était le cas, sa représentation graphique serait une droite, ce qui n'est pas le cas.

b- Par lecture graphique, indiquer :

- Quel est approximativement le rayon correspondant à une hauteur de 2 cm ? : 6,2 cm
- Quelle est approximativement la hauteur correspondant à un rayon de 4 cm ? : 5 cm



Exercice 3

On considère les programmes de calculs suivants :

Programme A

- Choisir un nombre ;
- Lui ajouter 1 ;
- Calculer le carré de la somme obtenue ;
- Soustraire au résultat le carré du nombre de départ.

Programme B

- Choisir un nombre ;
- Ajouter 1 au double de ce nombre.

1- On choisit 5 comme nombre de départ.
Quel résultat obtient-on avec chacun des deux programmes ?

Programme A :
$5 + 1 = 6$;
$6^2 = 36$;
$36 - 5^2 = 36 - 25 = 11$

Programme B :
$2 \times 5 + 1 = 11$

2- Démontrer que quel que soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont toujours égaux.

Appelons x le nombre de départ.

Le programme A permet d'obtenir :
$(x + 1)^2 - x^2$

Le programme B permet d'obtenir :
$2x + 1$

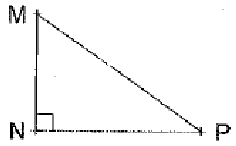
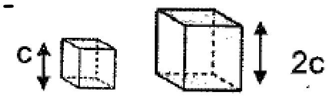
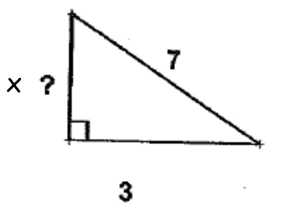
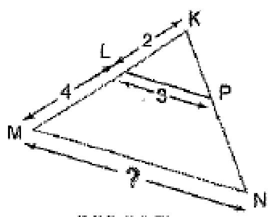
Or on sait que pour tout nombre x choisi,
$(x + 1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$
Donc pour tout nombre x choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont égaux.

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 POINTS)

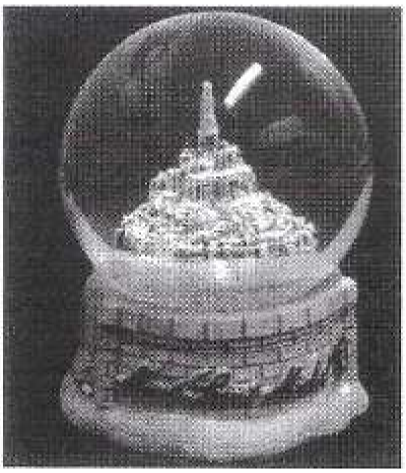
Exercice 1

Cet exercice est un QCM (Questionnaire à choix multiples). Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule est exacte. Une réponse correcte 1,5 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse ne retire aucun point.

Indique sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse correcte.
L'échelle des figures n'est pas respectée.

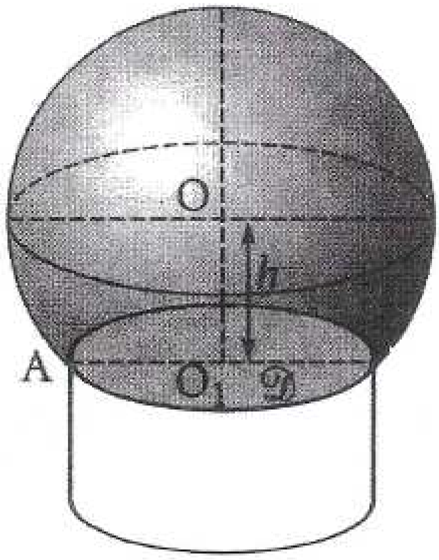
1-  MN = 5 cm ; MP = 12 cm. L'angle $\widehat{MPN}$ vaut environ :	22,6°	65,4°	24,6° Pour l'angle $\widehat{MPN}$, MN est le côté opposé et MP l'hypoténuse donc on va se servir du sinus : Sin $\widehat{MPN}$ = $\frac{MN}{MP}$ = $\frac{5}{12}$ d'où d'après la calculatrice, $\widehat{MPN} \approx 24{,}6°$ à 0.1° près
2-  V étant le volume du petit cube et V' étant le volume du grand cube, on a :	V' = 4 V	V' = 8 V Car si le coefficient k=2, les volumes sont multipliés par k^3 soit $2^3 = 8$	V' = 2 V
3-  La mesure manquante est :	$2\sqrt{10}$ Car dans ce triangle rectangle, d' après le théorème de Pythagore, $7^2=3^2+x^2$ soit $x^2 = 49 - 9 = 40$ soit encore $x = 2\sqrt{10}$ Car x est une longueur positive	$\sqrt{58}$	4
4-  (MN) // (LP) La mesure de [MN] est :	égale à 6 cm	égale à 9 cm car L et P sont des points de (KM) et (KN) et de plus les droites (LP) et (MN) sont parallèles donc d'après le théorème de Thalès, le coefficient d'agrandissement $k = \frac{KL}{KM} = \frac{LP}{MN}$ d'où $\frac{2}{2+4} =$ $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} = \frac{3}{MN}$ et MN = 3x3 = 9cm	environ 6 cm

Exercice 2
Lors de sa sortie au Mont Saint Michel, un élève achète le souvenir ci-contre dans une boutique.



Cet objet est assimilé à un solide composé d'une calotte sphérique de rayon 4,5 cm posée sur un cylindre de hauteur 3,8 cm.

Voici ci-dessous une représentation en perspective de cet objet :



O est le centre de la calotte sphérique et
O_1 est le centre d'une des bases du cylindre.
A est un point de la section du cylindre avec la sphère de centre O et O_1A = 3,6 cm.

1- a- Montrer que la distance OO_1 = 2,7 cm.

Puisque O_1 est le centre de la section de la sphère de centre O, on a AO_1O qui est un triangle rectangle en O_1 donc on peut appliquer le théorème de Pythagore : $AO^2 = AO_1^2 + O_1O^2$ soit $(4{,}5\text{cm})^2 = (3{,}6\text{cm})^2 + O_1O^2$ car AO est un rayon de la sphère d'où $O_1O^2 = 7{,}29\text{ cm}^2$ soit encore comme O_1O est une longueur positive : O_1O = 2,7cm

b- Quelle est la hauteur totale de l'objet ?

La hauteur totale de l'objet est donc hauteur du cylindre + O_1O + rayon de la sphère = 3,8cm + 2,7cm + 4,5cm soit 11cm.

2- a- La maquette du Mont Saint Michel qui est à l'intérieur de la calotte sphérique est assimilée à un cône de hauteur 4,7 cm dont la base a pour rayon 3,6 cm.
Montrer qu'une valeur approchée du volume de cette maquette est 64 cm^3.

(Rappel : volume d'un cône : $\frac{1}{3}$ x aire de base x hauteur).

Calculons le volume du cône : $\frac{1}{3}$ x aire de base x hauteur = $\frac{1}{3} \times (3{,}6\text{cm})^2 \times \pi \times 4{,}7 = 20{,}304\pi$ soit environ 63,78 cm^3 à 0,01cm^3 près soit environ 64 cm^3 à 1cm^3 près.

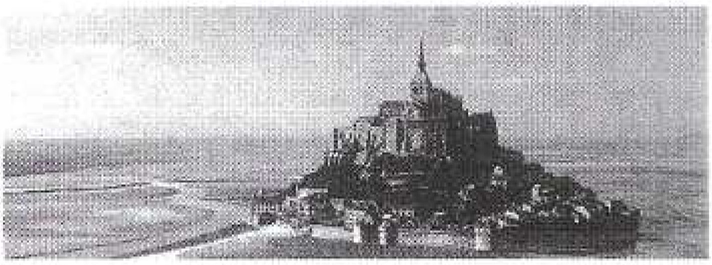
b- On admet que la calotte sphérique a un volume d'environ 342 cm^3.
Est-il vrai que le volume de la maquette représente moins de 20% du volume de cette calotte sphérique ?
Justifier la réponse.

On a

	Calotte	Cône
Volume	342 cm^3	64 cm^3
Pourcentage	100	$= \frac{64 \times 100}{342}$ = 18 à 1% près soit moins de 20%.

PROBLEME (12 POINTS)

Dans le cadre d'un projet pédagogique, des professeurs préparent une sortie au Mont Saint Michel avec les 48 élèves de 3ème.



Deux activités sont au programme :

- La visite du Mont Saint Michel et de son abbaye ;
- La traversée à pied de la baie du Mont Saint Michel.

PARTIE 1 : Financement de la sortie

Le coût total de cette sortie (bus, hébergement et nourriture, activités, …) s'élève à 120 € par élève.

1- Le FSE (foyer Socio Educatif) du collège propose de prendre en charge 15% du coût total de cette sortie. Quelle est la somme prise en charge par le FSE ?

Par élève, 15% x 120€ = $\frac{15}{100}$ x 120€ = $\frac{3 \times 5 \times 2 \times 6 \times 10€}{100}$ = 18€ soit pour 48 élèves, 48 x 18€ = 864€

2- Pour réduire encore le coût, les professeurs décident d'organiser une tombola.
Chaque élève dispose d'une carte contenant 20 cases qu'il doit vendre à 2 € la case.
En décembre, les professeurs font le point avec les 48 élèves sur le nombre de cases vendues par chacun d'entre eux.
Voici les résultats obtenus :

Nombre de cases vendues	10	12	14	15	16	18	20
Nombre d'élèves	5	12	9	7	5	6	4

a- Quel est le nombre total de cases déjà vendues en décembre ?
10x5 + 12x12 + 14x9 + 15x7 + 16x5 + 18x6 + 20x4 = 693

b- Quelle somme d'argent cela représente-t-il ? 693 x 2€ = 1386€

c- Quel est le pourcentage d'élèves ayant vendu 15 cases ou moins ? (Arrondir à l'unité). Il y a 5+12+9+7 = 33 élèves qui ont vendus 15 cases ou moins sur 48, la fréquence est donc de $\frac{33 \times 100}{48}$ = 68,75 soit environ 69%

d- Quel est le nombre moyen de cases vendues par élèves ? (Arrondir à l'unité).

Moyenne du nombre de cases vendues = $\frac{\text{nombre total de cases vendues}}{\text{nombre d'élèves}} = \frac{693}{48}$ = 14,4375 soit environ 14

3- Les 92 lots à gagner sont les suivants :

Un vélo	un lecteur DVD	20 DVD	20 clés USB de 4GO	50 sachets de chocolats

Ces lots sont fournis gratuitement par trois magasins qui ont accepté de sponsoriser le projet.

Le tirage au sort a lieu au mois de mars. Les 960 cases ont toutes été vendues.

Une personne a acheté une case.

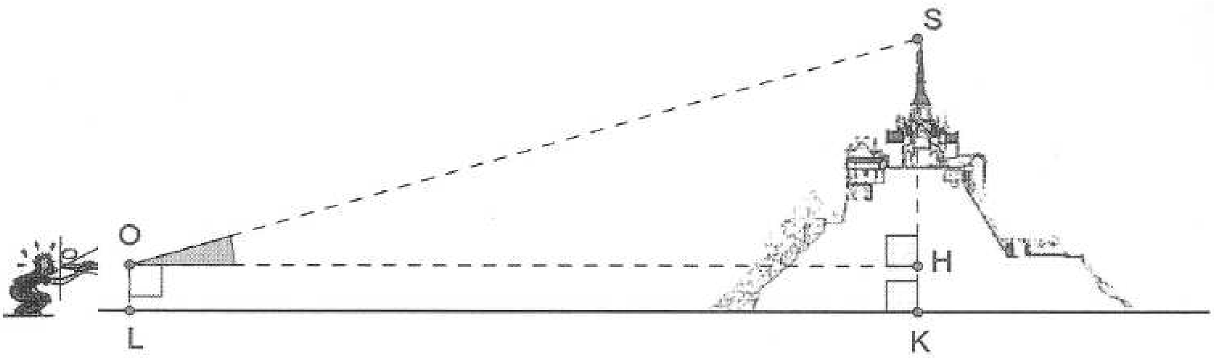
a- Quelle est la probabilité que cette personne gagne un lot ? (Arrondir au centième).
En supposant que le tirage de chaque case gagnante est équiprobable, la probabilité se calcule comme $\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas}} = \frac{92}{960} \approx$ 0,10 à 0,01 près par excès

b- Quelle est la probabilité que cette personne gagne une clé USB ? (Arrondir au centième).
Pour une clé USB, la probabilité se calcule comme $\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas}} = \frac{20}{960} \approx$ 0,02 à 0,01 près

PARTIE 2 : Travail effectué en mathématiques sur le Mont

Avant la sortie, les professeurs de mathématiques donnent ces deux exercices à leurs élèves.

1- Alexandre souhaite savoir à quelle distance il se trouve du Mont à l'aide d'un théodolite (appareil servant à mesurer des angles). Il sait que le sommet du Mont est à 170 m d'altitude. Son œil (O sur le dessin) étant situé à 1,60 m du sol, il obtient la mesure suivante : $\widehat{SOH}$ = 25° (Le dessin n'est pas réalisé à l'échelle).



A quelle distance LK du mont se trouve-t-il ? (Donner une valeur approchée au mètre).

OHKL étant un rectangle, Il suffira de trouver OH (car OH = LK) et d'enlever 1,6m à SK pour obtenir SH.

Donc dans le triangle rectangle en H OSH, on peut utiliser la tangente de l'angle $\widehat{SOH}$:

Tan $\widehat{SOH} = \dfrac{SH}{OH} = \dfrac{170-1{,}6}{OH}$ donc $\tan 25° = \dfrac{168{,}4}{OH}$ et $OH = \dfrac{168{,}4}{\tan 25°}$ soit environ 361m à 1m près.

2- En utilisant le plan (Voir annexe page 6) on peut dire que la superficie de la partie émergée du Mont se situe :

- Entre 10 000 m² et 40 000 m² ;
- Entre 40 000 m² et 80 000 m² ;
- Entre 80 000 m² et 150 000 m² ;
- Entre 150 000 m² et 200 000 m².

Quelle est la bonne réponse ? Justifier. (voir annexe)

Si la feuille annexe est utilisée pour la justification, joindre la feuille à la copie.

Même si elle n'aboutit pas, laisser une trace de la recherche.

PARTIE 3 : La traversée de la baie

Le mont Saint Michel est entouré par la mer qui est soumise au phénomène des marées.
La traversée de la baie ne peut se faire qu'à marée basse.

1- Le tableau ci-dessous est extrait d'un calendrier des marées :

Date	Pleines mers						Basses mers			
	Matin h min	haut. m	Coef.	Soir h min	haut. m	Coef.	Matin h min	haut. m	Soir h min	haut. m
1 M	3 26	3,65	72	15 48	4,05	77	9 26	1,00	22 01	0,80
2 M	4 24	4,00	81	16 43	4,25	86	10 22	0,85	22 57	0,60
3 J	5 19	4,15	90	17 35	4,40	93	11 14	0,70	23 50	0,45
4 V	6 10	4,20	95	18 25	4,45	96	- -	- -	12 03	0,65
5 S	6 58	4,15	96	19 13	4,45	95	0 40	0,40	12 51	0,65
6 D	7 43	4,05	93	20 00	4,30	90	1 30	0,45	13 57	0,70
7 L	8 27	3,90	86	20 46	4,15	81	2 16	0,60	14 23	0,85
8 M	9 11	3,70	76	21 31	3,90	70	3 01	0,60	15 09	1,05
9 M	9 57	3,55	85	22 20	3,65	59	3 46	1,05	15 57	1,25
10 J	10 49	3,35	53	23 16	3,40	48	4 35	1,30	16 51	1,45

a- Quel jour la marée est-elle basse à 11 h 14 min ? : le jeudi 3
b- Le samedi 5, quelle est la durée écoulée entre les deux « pleines mers » ? 19h13-6h58 = 12h15

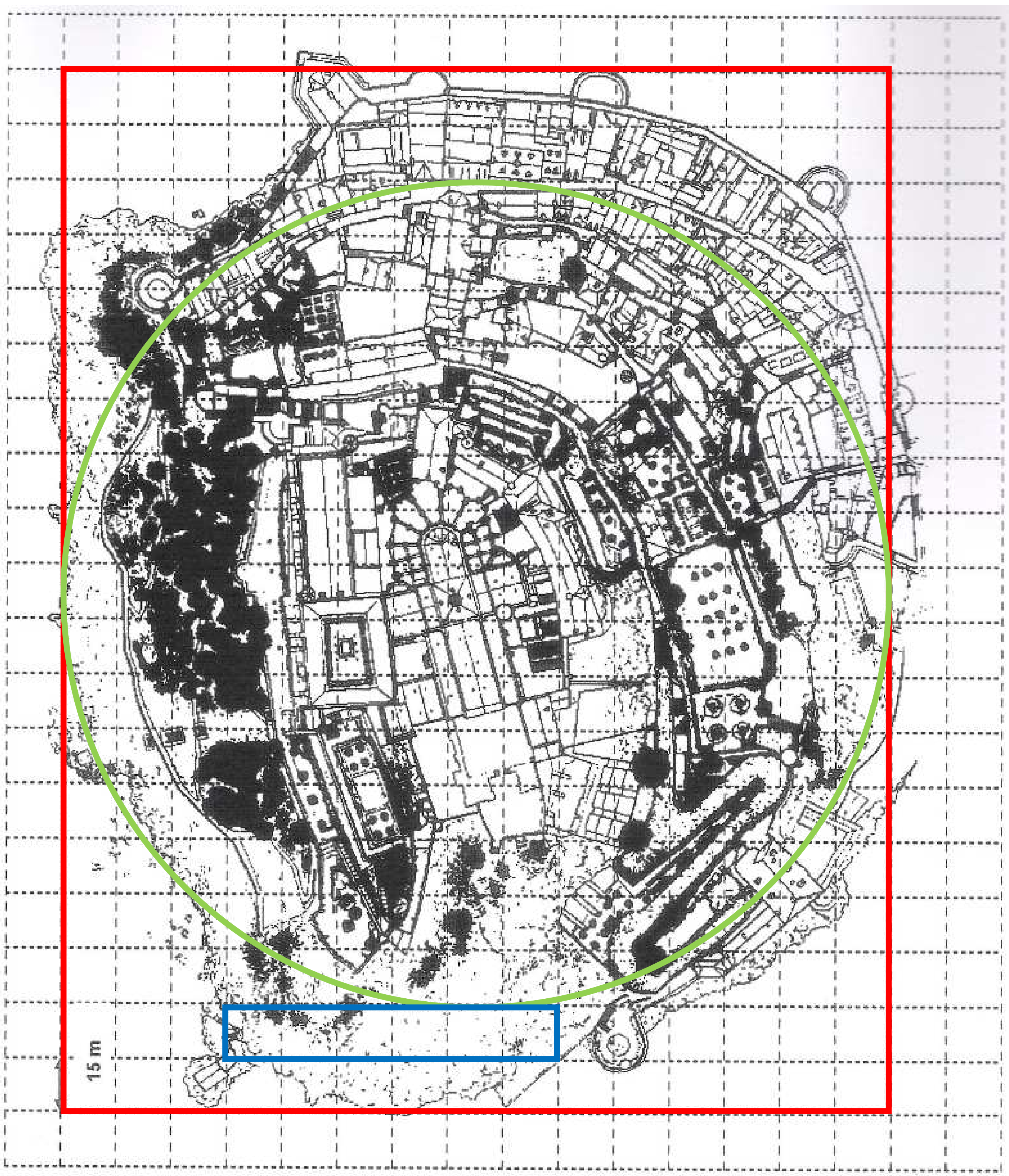
2- Les professeurs souhaitent faire la traversée un mardi après midi. Avant de fixer une date, ils regardent le calendrier des marées.
Quel mardi doivent-ils choisir ? Justifier.
Ils doivent choisir le mardi 8, la marée sera basse à 15h09. Si ils choisissent le mardi 2, elle sera haute à 15h48, rendant la traversée impossible l'après-midi.

3- Le trajet prévu est long de 13 km et devra se faire en 2 h 30 min. Quelle sera la vitesse moyenne du groupe en km/h ?
2h30 représentent 2,5h donc la vitesse moyenne en km/h sera $\frac{13km}{2{,}5h} = 5{,}2\frac{km}{h}$

ANNEXE

Annexe à rendre avec la copie si elle est utilisée pour la justification.

Plan de la partie émergée Mont Saint Michel : vue de dessus



Chaque carreau du plan représente une aire de 15m x 15m = 225m²

L'aire du Mont St Michel est, en carreau, comprise entre l'aire du disque vert et du rectangle rouge, soit entre $7{,}5^2 \times \pi$ et 15x19

Soit entre 176,6 carreaux et 285 carreaux

Soit entre 176,6x225m² et 285x225m²

C'est-à-dire entre 39 735m² et 64 125m²

Soit finalement

Entre 40 000 m² et 80 000 m² car notre estimation inférieure est fausse d'au moins 6x225m (les carreaux bleus) soit 1350m².